UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

EXAMEN : <u>SEGUNDO EXAMEN PARCIAL (2020-2).</u>

PROFESOR : <u>ING. GUILLERMO CASAR MARCOS.</u>

MATERIA : <u>PROBABILIDAD (GRUPO 33).</u>

NOMBRE DEL ALUMNO:___________________________________.

1. **La última novela de un autor ha tenido un gran éxito, hasta el punto de que el 80% de los lectores ya la han leído. Un grupo de 4 amigos son aficionados a la lectura: ¿Cuál es la probabilidad de que en el grupo hayan leído la novela 2 personas?**

Solución

Distribución Binomial

$P(X = 2) = \binom{4}{2}(0.8)^2(0.2)^2 = \underline{\mathbf{0.1536}} = \underline{\mathbf{15.36\%}}$

2. **En el aeropuerto Tocumen en Panamá, debido a la gran afluencia de pasajeros, sólo se revisa el 10% de éstos a la salida. Si de un grupo de 20 turistas, 12 tienen compras muy por arriba de la cantidad permitida y se conserva el mismo 10% de revisiones para las 20 personas. ¿cuál es la probabilidad de que las dos personas revisadas tengan que pagar los impuestos correspondientes por exceso de compras permitidas por las autoridades del aeropuerto?**

Solución:

Distribución Hipergeométrica

$$\mathbf{P\ (X = x) = h\ (x; n, M, N) = \frac{\binom{M}{x}\binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}}$$

n = 2 N = 20 M = 12 x = 2

$$\mathbf{P\ (5) = \frac{\binom{12}{2}\binom{8}{0}}{\binom{20}{2}} = \text{------} = \underline{0.3473} = \underline{34.73\%}}$$

3. Para tratar a un paciente de una afección de pulmón han de ser operados en operaciones independientes sus 5 lóbulos pulmonares. La técnica a utilizar es tal que si todo va bien, lo que ocurre con probabilidad de 7/11, el lóbulo queda definitivamente sano, pero si no es así se deberá esperar el tiempo suficiente para intentarlo posteriormente de nuevo. Se practicará la cirugía hasta que 4 de sus 5 lóbulos funcionen correctamente. ¿Cuál es el valor esperado de intervenciones que se espera que deba padecer el paciente? ¿Cuál es la probabilidad de que se necesiten 10 intervenciones?

Solución:

Distribución Binomial Negativa o Pascal

$$\mathbf{nb\,(x\,;\,r\,,\,p\,) = \begin{pmatrix} X + r - 1 \\ r - 1 \end{pmatrix} p^{r}\,(1 - p\,)^{x}\ ,\quad X = 0, 1, 2,\ldots}$$

p = 7/11 q = 4/11 r = 4

a)

$$\mathbf{E\,(X\,) = \frac{r\,(1 - p\,)}{p} = \frac{4\,(1 - 7/11)}{7/11} = 2.2857}$$

b)

$$\mathbf{nb\,(10\,;\,4\,,\,7/11\,) = \begin{pmatrix} 10 + 4 - 1 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} (7/11)^{4}\,(1 - 7/11\,)^{10} = 0.00189 = 0.189\%}$$

$$\mathbf{f\,(x) = P\,(X = x\,) = \begin{pmatrix} X - 1 \\ r - 1 \end{pmatrix} p^{r}\,(1 - p\,)^{x-r}\ ,\quad X = 0, 1, 2,\ldots}$$

p = 7/11 q = 4/11 r = 4

a)

$$\mu \mathbf{= E\,(X\,) = \frac{r}{p} = \frac{4}{7/11} = \underline{6.2857}}$$

b)

$$\mathbf{f\,(x) = P\,(X = 10) = \begin{pmatrix} 10 - 1 \\ 4 - 1 \end{pmatrix} (7/11)^{4}\,(1 - 7/11\,)^{10-4} = 84\,(0.16399153)(0.0023120852)}$$

Ff (x) = P (X = 10) = 0.03184964 = **<u>3.185%</u>**

$$\text{P(X=10)=P(X=6)=}{}_{9}C_{6}(\tfrac{4}{11})^{6}(\tfrac{7}{11})^{4} = 0.0318 = 3.18\%$$

$\mu = \frac{4}{\frac{7}{11}} = 11$ X

$S^2 = \frac{4(\frac{7}{11})}{(\frac{4}{11})^2} = 3.59$

4. Si un banco recibe en promedio 6 cheques sin fondo por día, a) ¿cuáles son las probabilidades de que reciba cuatro cheques sin fondo en un día dado? y b) ¿cuáles son las probabilidades de que reciba 10 cheques sin fondos en cualquiera de dos días consecutivos?

Solución

Distribución de Poisson

a) $P(X=4, \lambda=6) = \frac{6^4 (e)^{-6}}{4!} = 0.1339 = 13.39\%$

b) $P(X=10, \lambda=12) = \frac{12^{10} (e)^{-12}}{10!} = 0.1049 = 10.49\%$

5. En el Centro de Investigación y Registro Sísmico de la Ciudad de México en un día determinado se detectan tres sismos en una hora. Si se termina de detectar un sismo, cual es la probabilidad de que:

a) Transcurran cuando menos 10 minutos antes de que se detecte el siguiente sismo.

b) No pasen más de 5 minutos antes de detectar el siguiente sismo.

Distribución Exponencial

$P(t_1 < t < t_2) = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$; $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$; $t > 0$

$\lambda = 3 \frac{sismos}{hora}$

a) $P(t > 10 \text{ min}) = P(t > \frac{1}{6} \text{ hr}) = \int_{1/6}^{\infty} 3e^{-3t}\,dt = -e^{-3t}\Big|_{1/6}^{\infty} = e^{-3/6} = 0.6065 = \underline{60.65\%}$

b) $P(0 < t < 5 \text{ min}) = P(0 < t < \frac{1}{12} \text{ hr}) = \int_{0}^{1/12} 3e^{-3t}\,dt = -e^{-3t}\Big|_{0}^{1/12} = -e^{-3/12} + 1 = 0.221199216 = \underline{22.12\%}$

6. Cierto tipo de batería de almacenamiento dura, en promedio 3 años, con una desviación estándar de 0.5 años. Suponiendo que las duraciones de la batería se distribuyen normalmente, encuentre la probabilidad de que una batería dada dure:

a) menos de 2.1 años

b) entre 2.8 y 3.1 años

Solución:

Distribución Normal Estándar

$\mu = 3$ **años** ; $\sigma_x = 0.5$ **años**

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERIA

a) P (x < 2.1) = P (z < 1.8) = 0.03593 = <u>3.593%</u>

$z = \frac{x - \mu}{\sigma_x}$ = (2.1-3)/0.5 = -0.9/0.5 = -1.8

b) P (2.8 < x < 3.1) = P (-0.4 < z < 0.2) = $|$0.57926 – 0.34459$|$ = 0.23467 = <u>23.467%</u>

$z_1 = \frac{x^1 - \mu}{\sigma_x} = \frac{2.8-3}{0.5} = \frac{-0.2}{0.5}$ = - 0.4

$z_2 = \frac{x^2 - \mu}{\sigma_x}$ = (3.1-3)/0.5 = 0.1/0.5 = 0.2